Translation of *George Polya_In his own words : Comac* From Azimpremji University At Right Angles_March 2013

कक्षा में

जॉर्ज पोल्या

उन्हीं के शब्दों में

कोमैक

जॉर्ज पोल्या बीसवीं शताब्दी के एक बेहद प्रभावशाली गणितज्ञ थे। उनका शोध योगदान गणित के व्यापक क्षेत्र में फैला है, जैसे कि सम्मिश्र विश्लेषण (Complex Analysis), गणितीय भौतिकी, प्रायिकता सिद्धान्त, ज्यामिति और सांयोगिकी (Combinatorics)। इसके साथ-साथ ही वह एक उत्कृष्ट शिक्षक भी थे। उन्होंने अपने लम्बे और समृद्ध उत्पादक कैरियर के दौरान शिक्षण के मामलों में गहन रुचि बनाए रखी। उनकी बहुचर्चित पुस्तकों में 'हाऊ टू सॉल्व इट', 'मैथमैटिकल डिस्कवरी' और 'मैथमैटिक्स एण्ड प्लॉज़िबल रीज़निंग (दो संस्करण)' हैं। उन्होंने (गबोर जेगो के साथ) 'प्रॉब्लम्स एण्ड थियोरम्स इन एनालिसिस' नामक दो वॉल्यूम वाली एक प्रभावी शृंखला भी लिखी। हम यहाँ शिक्षण पर पोल्या के लेखन के कुछ नमूने प्रस्तुत कर रहे हैं। कुछ मामलों में हमने कुछ वाक्यों में बहुत छोटे बदलाव करने की सम्पादकीय छूट ली है।

"शिक्षक कक्षा में जो कहते हैं वह ग़ैर-ज़रूरी नहीं है, पर विद्यार्थी जो सोचते हैं वह हज़ार गुना महत्त्वपूर्ण है।"

- **जॉर्ज पोल्या**, **1888-1985**

1. शिक्षण कोई विज्ञान नहीं है

शिक्षण कोई विज्ञान नहीं है, यह एक कला है। अगर शिक्षण कोई विज्ञान होता तो शिक्षण की कोई-न-कोई सबसे अच्छे विधि होती और हर कोई उसी विधि से पढ़ा रहा होता। चूँकि शिक्षण कोई विज्ञान नहीं है, इसलिए इसमें व्यक्तिगत मतभेदों के लिए अत्यधिक छूट और बहुत सम्भावनाएँ हैं। शिक्षण की जितनी अच्छी विधियाँ हैं, उतने ही अच्छे शिक्षक भी हैं।

एक पुराने ब्रिटिश मैनुअल में लिखा गया है- *विषय कोई भी हो, शिक्षक वास्तव में वही सिखाता है जो वह स्वयं होता है*। इसलिए जब भी मैं आपको फ़लाँ-फ़लाँ तरीक़े से पढ़ाने को कह रहा हूँ, तो आप इसे सही भावना से लें। मेरी सलाह को उतना ही माने, जितना आपको व्यक्तिगत रूप से उचित लगे।

2. शिक्षण के उद्देश्य

मेरे विचार लम्बे अनुभव के आधार पर हैं... व्यक्तिगत विचार अप्रासंगिक हो सकते हैं और इन्हें बताकर मैं आपका समय बर्बाद करने की हिम्मत नहीं करता यदि शिक्षण को वैज्ञानिक तथ्यों व सिद्धान्तों द्वारा पूरी तरह से नियंत्रित किया जा सकता। हालाँकि, ऐसा नहीं है। शिक्षण केवल प्रायोगिक मनोविज्ञान की शाखा नहीं है।

यदि हमें शिक्षक के उद्देश्य के बारे में पता नहीं हो तो हम शिक्षक के कार्य का आकलन नहीं कर सकते। यदि हम शिक्षण के उस उद्देश्य को कुछ हद तक सही न मानते हों, तो हम शिक्षण पर सार्थक चर्चा नहीं कर सकते। मेरे पास (शिक्षण के उद्देश्य के बारे में) एक पुराना विचार है : सबसे महत्त्वपूर्ण है कि वह बच्चों को 'सोचना' सिखाए। यह मेरा दृढ़ विश्वास है।

यदि आप 'सोचने के लिए शिक्षण' को प्राथमिक उद्देश्य नहीं मानते हैं तो आप इसे अतिरिक्त उद्देश्य मान सकते हैं। इस प्रकार हमारे पास निम्नलिखित चर्चा के लिए पर्याप्त समान आधार होंगे।

'सोचने के लिए शिक्षण' का अर्थ यह है कि शिक्षक को सिर्फ़ जानकारी नहीं देना चाहिए बल्कि उसे विद्यार्थियों के उस कौशल को भी विकसित करने की कोशिश करना चाहिए जिससे वे दी गई जानकारी का उपयोग कर पाएँ। उसे ज्ञान, उपयोगी दृष्टिकोण और मन की वांछनीय आदतों पर ज़ोर देना चाहिए।

3. शिक्षण की कला

शिक्षण कोई विज्ञान नहीं है, बल्कि एक कला है। यह बात कई लोगों द्वारा इतनी बार कही गई है कि इसे दुहराते हुए मुझे थोड़ी शर्म आ रही है। हालाँकि, यदि हम कुछ हद तक इस घिसी-पिटी सामान्य बात को छोड़ दें और उपयुक्त विवरणों की बात करें, तो हम एक शिक्षाप्रद प्रासंगिक रौशनी में अपने पेशे की कुछ विशेषताओं को देख सकते हैं।

स्पष्ट रूप से शिक्षण और नाट्य कला में काफ़ी समानताएँ हैं। उदाहरण के लिए आपको अपनी कक्षा में एक ऐसे प्रमाण को प्रस्तुत करना है जिसको आप भूतकाल में उसी कोर्स में पहले कई बार प्रस्तुत कर चुके हैं। ऐसे में आप वास्तव में उस प्रमाण के बारे में ज़्यादा उत्साहित नहीं हो सकते, पर प्लीज़ इस बोरियत को आप कक्षा को न दर्शाएँ। यदि आपने बोरियत दर्शाई तो पूरी कक्षा बोर होगी। जब आप प्रमाणित करने की शुरुआत करें तो ऐसा दिखावा करें जैसे कि आप इसे लेकर बहुत उत्साहित हैं। प्रमाणित करने के दौरान ऐसा नाटक करें कि आपके पास इस बारे में कई नए विचार हैं और जब प्रमाणित कर लें तब अचम्भित होने और ख़ुशी ज़ाहिर करने का नाटक करें। अपने विद्यार्थियों के लिए आपको थोड़ा बहुत नाटक तो करना ही चाहिए, क्योंकि कभी-कभार आपके विद्यार्थी प्रस्तुत की गई विषयवस्तु से कहीं ज़्यादा आपके मनोभावों से सीख सकते हैं।

थोड़ी अस्पष्ट ही सही लेकिन शिक्षण और संगीत में भी समानताएँ हैं। यह बात आप सब जानते हैं कि शिक्षक को किसी बात को सिर्फ़ एक बार या दो बार नहीं अपितु तीन या चार

बार दुहराना चाहिए। फिर भी, एक ही वाक्य को बिना रुके और बिना किसी बदलाव के कई बार दुहराना बहुत ज़्यादा बोरिंग हो सकता है और स्वयं के उद्देश्य को विफल कर सकता है। आप संगीतकारों से सीख सकते हैं कि इसे बेहतर तरीक़े से कैसे किया जा सकता है। संगीत के प्रमुख कला रूपों से में एक है 'हवा की विविधता'। कला के इस रूप को संगीत से शिक्षण में स्थानान्तरित कर आप किसी वाक्य को सबसे सरल रूप में कहकर शुरुआत करते हैं, फिर इसे थोड़े प्रभावशाली तरीक़े से कहते हैं इत्यादि और फिर मूल सरल वाक्य पर वापिस जाकर आप इसे समाप्त कर सकते हैं। संगीत का एक अन्य कला रूप होता है *रोंडो* । रोंडो को संगीत से शिक्षण में स्थानान्तरित कर आप उसी महत्त्वपूर्ण वाक्य को थोड़े या बिना किसी बदलाव के कई बार दुहराते हैं, पर दो पुनरावृत्तियों के बीच उचित रूप से तुलना करते हुए कुछ उदाहरण देते चलते हैं। मुझे आशा है कि अगली बार जब आप बीथोवेन द्वारा विविधताओं वाली कोई थीम या मोज़ार्ट के *रोंडो* संगीत को सुनेंगे तो आप अपने शिक्षण में सुधार के बारे में सोचेंगे।

कभी-कभी शिक्षण कविता की तरह हो सकता है या यह किसी प्रकार के अपशब्द भी हो सकते हैं। अमूर्तताओं को स्पष्ट करने के लिए कुछ भी बहुत बुरा या बहुत अच्छा, काव्यगत या नगण्य नहीं हो सकता। जैसा मोंटेन्याह ने कहा है : *सत्य इतनी बड़ी चीज़ है कि हमें किसी भी ऐसे साधन का तिरस्कार नहीं करना चाहिए जो सत्य तक ले जा सके*। इसलिए अगर आपको अपनी कक्षा में थोड़ा काव्यात्मक या अपशब्द कहने का जी करे तो ऐसा करने से ख़ुद को रोकें नहीं।

4. सीखने की प्रक्रिया की प्रकृति : सीखने के तीन सिद्धान्त

किसी भी कुशल शिक्षण-उपकरण का सीखने की प्रकृति के साथ किसी-न-किसी तरह का सह-सम्बन्ध रहना चाहिए। हमें सीखने की प्रक्रियाओं के बारे अधिक ज्ञान नहीं है, पर इसकी कुछ अधिक स्पष्ट विशेषताओं की एक रूपरेखा हमारे पेशे की विशिष्टताओं पर नई रौशनी डाल सकती है। यहाँ सीखने के तीन 'सिद्धान्त' प्रस्तुत हैं।

- **सक्रिय रूप से सीखना :** यह कई लोगों द्वारा विभिन्न तरीक़ों से कहा गया है कि सीखना सक्रिय रूप से होना चाहिए, न कि सिर्फ़ निष्क्रिय या ग्रहणशील रहकर। केवल लेक्चर सुनकर या किताब पढ़कर या गतिशील तस्वीरों को देखकर उनमें अपने दिमाग़ से कुछ जोड़े बिना आप शायद ही कुछ सीख सकते हैं और पक्के तौर पर ऐसा करके आप ज़्यादा कुछ नहीं सीख सकते। अमूमन व्यक्त किए जाने वाला एक और विचार है : *कुछ भी सीखने का सबसे अच्छा तरीक़ा है स्वयं खोज करना*। इसी से जुड़ा एक और उद्धरण है : *जिसे आप स्वयं खोजने के लिए बाध्य हुए हैं, वह आपके दिमाग़ में एक मार्ग निर्मित करता है, जिसे आप आवश्यकता पड़ने पर फिर से उपयोग कर सकते हैं।* एक और कथन जो व्यापक रूप से लागू होता है, वह है: *अच्छी तरह सीखने के लिए सीखने वाले को स्वयं खोजना चाहिए कि सीखी जाने वाली सामग्री के कितने बड़े अंश को दी गई परिस्थितियों में सीखना सम्भव है।*

- **सबसे अच्छी प्रेरणा का सिद्धान्त :** हम इस बात पर ज़ोर दे चुके हैं कि सीखना सक्रिय रूप से होना चाहिए। फिर भी, सीखने वाले कार्य नहीं करेंगे यदि उनके पास कार्य करने का कोई उद्देश्य नहीं है। उन्हें किसी-न-किसी प्रोत्साहन (जैसे, कोई पुरस्कार पाने की उम्मीद) के ज़रिए काम करने के लिए प्रेरित किया जाना चाहिए। सीखी जाने वाली सामग्री में रुचि सीखने के लिए सबसे अच्छा प्रोत्साहन होना चाहिए और गहन मानसिक गतिविधि का आनन्द ऐसी गतिविधि के लिए सर्वोत्तम पुरस्कार होना चाहिए। फिर भी जहाँ हमें सर्वोत्तम फल न मिल पाए, वहाँ हमें दूसरे सर्वश्रेष्ठ या तीसरे सर्वश्रेष्ठ को हासिल करने की कोशिश करना चाहिए और सीखने के कम वास्तविक उद्देश्यों को नहीं भूलना चाहिए।

- **सिलसिलेवार चरण :** अक्सर उद्धृत किया जाने वाला कांट का एक कथन यहाँ प्रस्तुत है : *इस प्रकार सभी मानव अनुभूति अन्तर्ज्ञान से शुरू होती है, वहाँ से संज्ञान तक जाती है और विचारों के साथ समाप्त होती है।*

  मैं यह बताने में सक्षम नहीं हूँ (कौन है) कि कांट वास्तव में किस अर्थ में इन शब्दों का उपयोग करना चाहते थे। (इसलिए) मैं कांट की बात को अपनी समझ के अनुसार रखने के लिए आपकी अनुमति माँगता हूँ : *सीखना क्रिया और धारणा से प्रारम्भ होता है, वहाँ से शब्दों और अवधारणाओं तक आगे बढ़ता है और वांछनीय मानसिक आदतों में समाप्त होना चाहिए।*

  इसलिए अच्छी तरह सीखने के लिए, अन्वेषणात्मक चरण को शाब्दिक अभिव्यक्ति और अवधारणा-निर्माण के चरण के पहले होना चाहिए। और अन्ततः सीखी गई सामग्री को शिक्षार्थी के समग्र मानसिक दृष्टिकोण में मिला दिया जाना चाहिए और उसमें योगदान करना चाहिए।

मेरा मानना है यह तीन सिद्धान्त शिक्षक के दैनिक कार्य के मूलतत्वों का अंग बन सकते हैं और उसे एक बेहतर शिक्षक बना सकते हैं। मुझे यह भी लगता है कि यह सिद्धान्त पूरी पाठ्यचर्या, पाठ्यचर्या के प्रत्येक कोर्स और प्रत्येक कोर्स के प्रत्येक पाठ के बारे में योजना बनाने में भी शामिल किए जाने चाहिए।

फिर भी मैं यह नहीं कह सकता कि आपको इन सिद्धान्तों को स्वीकार करना ही चाहिए। यह सिद्धान्त एक पूर्वनिर्धारित सामान्य दृष्टिकोण से, एक निश्चित दर्शन से आगे बढ़ते हैं और आपका दर्शन इससे अलग भी हो सकता है। अब, कई अन्य क्षेत्रों की तरह शिक्षण में भी इस बात से कोई फ़र्क़ नहीं पड़ता कि आपका दर्शन क्या है या क्या नहीं है। ज़्यादा महत्त्वपूर्ण यह है कि आपका कोई दर्शन है या नहीं। और इससे भी ज़्यादा महत्त्वपूर्ण बात यह है कि आप अपने दर्शन को अपने जीवन में उतारने की कोशिश करते हैं या नहीं। शिक्षण के एकमात्र सिद्धान्त जो मुझे बिलकुल पसन्द नहीं हैं, वे हैं जिनके लिए लोग सिर्फ़ जुमलेबाज़ी करते हैं।

5. समस्या के समाधान पर

एक महान खोज एक बड़ी समस्या का समाधान करती है, पर किसी भी समस्या के समाधान में खोज का एक अंश होता है। आपकी समस्या मामूली हो सकती है, पर अगर यह आपकी जिज्ञासा और मौलिक कल्पना को जगाती है और अगर आप इसका हल स्वयं ढूँढ़ लेते हैं तो आप इसकी खोज में शामिल तनाव और खोज की विजय को अनुभव कर सकते हैं। अतिसंवेदनशील उम्र में इस तरह के अनुभव मानसिक कार्य के लिए ललक पैदा कर सकते हैं और जीवन भर के लिए मन और चरित्र पर अपनी छाप छोड़ सकते हैं।

अत: गणित के शिक्षक के पास काफ़ी सम्भावनाएँ होती हैं। अगर वे अपने आवंटित समय का इस्तेमाल अपने विद्यार्थियों को नियमित कार्यों में लगाए रखने के लिए करते हैं तो वह विद्यार्थियों की रुचि को दबा रहे होते हैं, उनके मानसिक विकास को रोक रहे होते हैं और ख़ुद को प्राप्त मौक़ों का ग़लत फ़ायदा उठा रहे होते हैं। पर, अगर वे विद्यार्थियों के ज्ञान के मुताबिक़ सवाल पूछकर उनकी जिज्ञासा को चुनौती देते हैं और रोचक सवाल पूछकर उन्हें अपनी समस्याओं को हल करने में मदद करते हैं तो इस प्रकार वे उन्हें स्वतंत्र सोच की एक झलक और इसके कुछ साधन दे सकते हैं।

एक अच्छे शिक्षक को यह समझना चाहिए और अपने विद्यार्थियों पर यह प्रभाव छोड़ना चाहिए कि कोई भी समस्या पूरी तरह समाप्त नहीं होती। उसमें करने के लिए कुछ-न-कुछ हमेशा रहता है। पर्याप्त अध्ययन और समझ के साथ हम किसी भी समस्या के समाधान में सुधार कर सकते हैं और हर हालत में हम समाधान की अपनी समझ में हमेशा सुधार कर सकते हैं।

6. शिक्षकों के लिए दस नियम

यह नियम किसकी आज्ञा से बनाए गए हैं? प्रिय साथी शिक्षको, अपने सुविचारित अनुभव और सोचे-समझे निर्णय के बिना किसी भी आज्ञा को न स्वीकारें। इस बात को स्पष्ट रूप से देखने की कोशिश करें कि आपकी विशेष स्थिति में किसी सलाह का क्या अर्थ है, अपनी कक्षाओं में सलाह को लागू करें और निष्पक्ष परीक्षण के बाद निर्णय करें।

1. *अपने विषय में रुचि रखें।* शिक्षण की केवल एक अचूक पद्धति है : यदि शिक्षक अपने विषय से ऊब गए हैं, तो उनकी पूरी कक्षा भी निश्चित रुप से ऊब जाएगी।
2. *अपने विषय को जानें।* अगर किसी विषय में आपकी रुचि नहीं है तो उसे न पढ़ाएँ क्योंकि आप उसे ठीक से नहीं पढ़ा पाएँगे। रुचि एक अपरिहार्य आवश्यकता है पर सिर्फ़ यही पर्याप्त नहीं है। कम/ज़्यादा रुचि या शिक्षण-पद्धतियाँ या अन्य कुछ भी आपको अपने विद्यार्थियों को स्पष्ट रूप से वह अवधारणा समझाने में सक्षम नहीं करेगा जिसे आप स्वयं स्पष्ट रूप से नहीं समझते हैं।

   बिन्दु 1 और 2 के सन्दर्भ में मैं रुचि को प्राथमिकता देता हूँ, क्योंकि किसी विषय में वास्तविक रुचि होने पर इस बात की काफ़ी सम्भावना है कि आप उसके लिए ज़रूरी ज्ञान को हासिल कर लें जबकि बिना रुचि के थोड़े बहुत ज्ञान का होना आपको असाधारण रूप से एक बुरा शिक्षक बना सकता है।

3. *सीखने के तरीकों के बारे में जानना : किसी भी विषय को सीखने का सबसे अच्छा तरीक़ा है स्वयं खोज करके सीखना।*
4. *अपने विद्यार्थियों के हाव-भाव पढ़ें, उनकी समस्याओं और आशाओं को समझें। स्वयं को उनकी जगह पर रखकर देखें।*
5. *उन्हें सिर्फ़ जानकारी ही न दें, बल्कि व्यावहारिक ज्ञान, विधिपूर्वक काम करने की आदत और मन की प्रवृत्तियों पर भी ज़ोर दें।*
6. *उन्हें अनुमान लगाना सीखने दें।*
7. *उन्हें प्रमाणित करना सीखने दें।*
8. *समस्या की ऐसी विशेषताओं को तलाशें जो आने वाली समस्या को हल करने में उपयोगी हो सकती हैं। वर्तमान ठोस स्थिति के पीछे निहित पैटर्न को प्रकट करने का प्रयास करें।*
9. *सारी बात एक ही साथ न बताएँ। पहले विद्यार्थियों को अनुमान लगाने दें और जहाँ तक सम्भव हो उन्हें स्वयं खोजने दें।* वोल्टेयर ने इसे बड़ी चतुराई से व्यक्त किया है : बोर होने की कला में सब कुछ बता देना शामिल है।
10. *सलाह दें, ज़बरदस्ती न करें।* दूसरे शब्दों में : विद्यार्थियों को सवाल पूछने दें या ऐसे सवाल पूछें जो विद्यार्थी स्वयं के लिए पूछ सकते हैं। उन्हें जवाब भी देने दें या ऐसे उत्तर सुझाएँ जो वे ख़ुद से बता सकें। किसी भी सूरत में ऐसे सवाल पूछने से बचें, जो किसी ने न पूछे हों, आपने भी नहीं।

सम्पादक की तरफ से टिप्पणी

इन विचारों को और भी विकसित किया जा सकता है। उदाहरण के लिए ऊपर दी गई सूची के बिन्दु 5 और 6 पर विचार करें : उन्हें सिर्फ़ जानकारी ही न दें, बल्कि व्यावहारिक ज्ञान, विधिपूर्वक काम करने की आदत और मन की प्रवृत्तियों पर भी ज़ोर दें, उन्हें अनुमान लगाना सीखने दें। अच्छी गणितीय आदतें क्या होती हैं? जब बात गणित सीखने-सिखाने की हो तो मन की अच्छी प्रवृत्तियाँ क्या हो सकती हैं? 'अनुमान' लगाना क्यों ज़रूरी है? गणितीय व्यावहारिक-ज्ञान क्या है? इन मुद्दों और इनसे सम्बन्धित मुद्दों पर हम पाठकों के विचार आमंत्रित करते हैं।

गणित-शिक्षण और गणित-शिक्षा पर जॉर्ज पोल्या द्वारा अनुशंसित पुस्तकें :

1. How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method
2. Mathematics and Plausible Reasoning: Volume I, Induction and Analogy in Mathematics
3. Mathematics and Plausible Reasoning: Volume II, Patterns of Plausible Inference
4. Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving

अनुवाद : कुमार गन्धर्व मिश्र

पुनरीक्षण एवं कॉपी एडीटिंग : कविता तिवारी

सम्पादन : राजेश उत्साही